

基于小波的时序改进法在深基坑监测中的应用

赵燕容, 袁宝远

(河海大学 土木工程学院 地球科学与工程系, 南京 210098)

摘要: 结合润扬长江公路大桥南汊悬索桥南锚碇采用排桩冻结法新技术的工程实际, 对深基坑支撑轴力监测数据提出了基于小波技术的时间序列改进法, 将时间序列分析的多步预报功能与小波对信号精加工的功能相结合, 研究结果表明, 采用小波改进时间序列分析方法建立的时间序列动态预测模型, 其预测精度大大提高, 为基坑的安全施工提供了保障, 为基坑的信息化施工提供了依据。

关键词: 小波; 时序分析; 监测; 支撑轴力; 预测

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

A method based on time series improvement method of wavelet applied to deep foundation pit monitoring

ZHAO Yan-rong, YUAN Bao-yuan

(Department of Earth Science and Engineering, College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on engineering practice of south anchor of Runyang Yangtze Bridge, the south anchor applies new technology of frozen row-piles method. A new method of data processing based on time series improvement method of wavelet technology is put forward. It can combine the multi-step forecasting function of time series analysis and the refined data processing function of wavelet. The result indicates that the forecast accuracy of time series dynamic forecasting model has been improved greatly based on wavelet improving time series analysis. It affords reliable guarantee for construction of deep foundation pit and reliable basis for information construction. It can provide much experience for deep foundation pit to which the frozen row-piles method is applied.

Key words: wavelet; time series analysis; monitor; supporting force; forecast

1 引言

近年来, 随着我国经济水平和城市建设的迅速发展, 开发和利用地下空间日显重要和迫切。兴建了许多大型地下设施, 如: 城市地铁、地下商场、过江隧道、大型桥梁工程等, 伴随着这些大型工程, 深基坑的规模和深度也不断加大。当前, 深基坑工程项目中除了前期需要做许多详细的勘测和结构设计工作之外, 由于深基坑工程项目的复杂性和不确定性, 需要对岩土体所受到的施工作用、各类荷载的大小以及在这些荷载作用下岩土所反应的性状进行监测。因此, 在施工过程中进行周密的监测工作显得尤为重要和迫切。同时, 需要考虑深基坑工程在施工及运营过程中对周围环境条件施加的影响,

包括基坑开挖和人工降水对邻近结构与设施的影响, 以及施工造成的扰动、噪声、污染等因素对环境的影响等方面的问题。深基坑监测的意义在于能够量化地掌握工程的进程所处的状态、质量情况和出现的问题, 确定修正设计或施工方案的必要性, 甚至在紧急状态下采取应急措施, 实现信息化施工, 保证工程的施工质量和安全, 提高工程效益。实际施工中, 通过现场监测采集相应的信息与预测数据相比较, 以验证其真实性和可靠性, 然后将这些信息作为已知量, 通过反分析推出较符合实际的岩土参数, 来修改原先设计并预测下一施工阶段支护结构及岩土体的性质, 再采集下一施工阶段的信息。如此反复循环, 根据监测信息不断修改设计并指导施工, 将设计置于动态过程中, 使设计及施工

逐渐逼近实际。

目前, 由于测量仪器精度和偶然因素的影响, 现场实际量测数据是带有随机误差的离散数据, 根据实测数据绘制的随时间而变化的散点图是上下波动的时间序列。人们在利用量测数据进行岩土体参数反分析和基坑稳定性分析中, 往往需要对实测数据的发展趋势进行预测, 而时间序列分析方法正是利用现代统计学和信息处理技术、探测其规律、探明其特征、解决这一实际问题的强有力的手段。但是, 如果仅仅通过时间序列分析方法处理监测数据, 存在一定的局限性和缺陷, 因为在获取监测数据时, 岩土体受着许多非确定性因素的干扰和影响, 影响着我们获得的数据的精确性, 从而影响预测预报和反演工作的可靠性。鉴于此, 从提取精确监测数据的角度出发, 利用小波技术的去噪和多分辨性, 从现场获得的监测数据中去除噪声, 从而获得岩土体的趋势性部分和波动部分, 其中趋势性部分为岩土体自身的变化规律, 而波动部分可能为非确定性因素和随机因素, 如降雨、气候和施工等对岩土体的影响, 针对波动部分, 根据工程实际情况去除或保留部分波动因素, 为工程的预测提供更为准确的数据支撑。

2 小波技术

2.1 小波原理

小波技术是建立在泛函分析、Fourier 分析、样条分析及调和分析基础上的新的分析处理工具, 在时域和频域同时具有良好的局部化特征, 常被誉为信号分析的“数学显微镜”。近十年来, 小波技术的理论和方法在信号处理、语音分析、模式识别、数据压缩、图像处理、数字水印、量子物理等专业和领域得到了广泛的应用。小波变换的含义是把一称为基本小波的函数 $\psi(t)$ 平移 τ 后, 再在不同尺度 a 下与待分析信号 $x(t)$ 作内积:

$$WT_x(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt \quad a > 0 \quad (1)$$

在实际应用中, 为了方便用计算机进行分析、处理, 信号 $f(t)$ 应离散化为离散序列, a 和 τ 也必须离散化, 成为离散小波变换。

Mallat 于 1986 年引入了一种计算离散栅格上小波变换的快速算法, 即 Mallat 算法。它可以避免 a 值越大, 对 $\psi(t)$ 的采样就得越密的缺点。

Mallat 算法的信号分解过程为 (信号分解结构如图 1 所示), 其中 $\downarrow 2$ 表示二抽样:

$$x_k^{(1)} = \sum_n h_{0(n-2k)} x_n^{(0)}, \quad d_k^{(1)} = \sum_n h_{1(n-2k)} x_n^{(0)} \quad (2)$$

式中: $x_k^{(1)}$ 为离散平滑逼近; $d_k^{(1)}$ 为离散细节信号 (也就是小波信号); h_{0k} 和 h_{1k} 均为滤波器系数。

$$x_n^{(j-1)} = \sum_k h_{0(n-2k)} x_k^{(j)} + \sum_k h_{1(n-2k)} d_k^{(j)} = \sum_k g_0(n-2k) x_k^{(j)} + \sum_k g_1(n-2k) d_k^{(j)} \quad (3)$$

式中: $x_n^{(j)}$, $d_n^{(j)}$ 分别为第 j 级的离散平滑和离散细节信号; $x_n^{(j-1)}$ 为由它们重建得到的第 $j-1$ 级离散平滑信号; $\phi(t)$ 为尺度函数; $g_0(k)$, $g_1(k)$ 和前面的 $h_0(k)$, $h_1(k)$ 一样, 为

$$g_0(k) = \langle \phi_{10}(t), \phi_{0k}(t) \rangle, \quad g_1(k) = \langle \psi_{10}(t), \phi_{0k}(t) \rangle \quad (4)$$

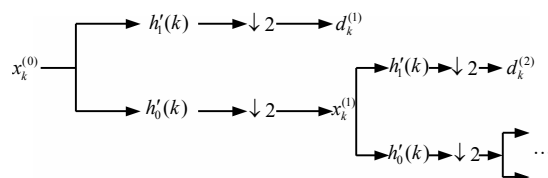


图 1 Mallat 算法的信号分解结构图

Fig.1 Signal decompositions structure graph of Mallat algorithm

信号重建网络结构如图 2 所示, $\uparrow 2$ 表示二插值, 即由 $x_n^{(j)}$, $d_n^{(j)}$ 到 $x_n^{(j-1)}$ 样点数增加 1 倍。

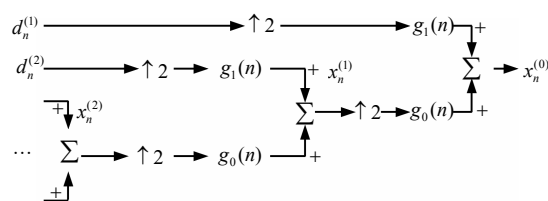


图 2 Mallat 算法的信号重建结构图

Fig.2 Signal reconstruction structure graph of Mallat algorithm

2.2 小波建模步骤

目前, 小波技术被认为是分析学在分析工具与方法研究的重大突破。由于小波分解可以将一个信号分解为不同频段的信号, 而信号与噪声恰好处在不同的频段, 信号处在低频段, 在时域与频域上是局部的, 噪声处在高频段, 在时域空间是全局分布, 在整个观测时段内处处存在。利用这一分布特征, 只要选取一定的高频系数阈值对高频系数处理就可以有效除噪而保留信号。

一维信号降噪的过程可分为如下 3 个步骤:

(1) 信号的小波分解。选择一个小波并确定分

解的层次, 然后进行分解计算。

(2) 小波分解高频系数的阈值量化。对各个分解尺度下的高频系数选择一个阈值进行软(硬)阈值量化处理。

阈值选取时有如下 4 个规则:

① *rigrsure* 阈值是一种基于 Stein 的无偏/似然估计原理的自适应阈值选择。给定一个阈值 t , 得到它的似然估计, 再将非似然 t 最小化, 就可得到所选的阈值。

② *sqtvolg* 采用的是一种固定的阈值形式, 它所产生的阈值为 $\text{sqrt}(2\lg(\text{length}(X)))$ 。

③ *heursure* 阈值是前两种阈值的综合, 所选择的是最优预测变量阈值。如果信噪比很小, 而 Sure 估计有很大的噪声, 在这种情况下, 就需采用这种固定的阈值形式。

④ *mini*, *maxi* 阈值也是一种固定的阈值选择形式, 它所产生的的是一个最小均方差的极值, 而不是无误差。在统计学上, 这种极值原理常用来设计估计器。因为被降噪的信号可以看作是与未知回归函数的估计式相似, 这种极值估计器可在给定的函数中实现最大均方误差最小化。

(3) 一维小波重构。根据小波分解的底层低频系数和各层高频系数进行一维小波重构。

在这 3 个步骤中, 最关键的是如何选择阈值及如何进行阈值量化, 在某种程度上, 它关系到信号降噪的质量。

3 时间序列分析方法理论简介

3.1 时间序列模型

如果随机过程 X_t 的观测值, 与其自身前一个或前 n 个时刻的观测值有关, 或有依赖性。此时 X_t 与其前一个时刻或前 n 个时刻的观测值之间的回归模型为

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_p X_{t-p} + a_t \quad (5)$$

我们称上式为 p 阶自回归模型, 记作 $AR(p)$, 其中实数 φ_j 称为自回归系数, a_t 为残差。

若 $\{X_t\}$ 为零均值的平稳时间序列, 则

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (6)$$

式(6)为 q 阶滑动平均模型, 记作 $MA(q)$, 其中 θ_i 称为滑动平均系数。

在实际问题中, 更一般的随机序列 $\{X_t\}$ 可用下列方程来描述:

$$X_t - \varphi_1 X_{t-1} - \varphi_2 X_{t-2} - \cdots - \varphi_p X_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_q a_{t-q} \quad (7)$$

式(7)称为 p 阶自回归 q 阶滑动平均混合模型, 记作 $ARMA(p, q)$ 。

3.2 模型的识别

所谓模型识别就是根据时间序列 $\{X_t\}$ 的一段样本(即观测得到的一串有序数据)所包含的信息, 利用它们的某些特征来寻求与它拟合得最好的模型, 其中特征主要有自相关函数和偏相关函数。

(1) 若 X_t 的自相关函数 ρ_k 具有拖尾性, 偏相关函数 φ_{kk} 具有截尾性, 则可判断 X_t 是 AR 序列。

(2) 若 X_t 的自相关函数 ρ_k 具有截尾性, 偏相关函数 φ_{kk} 具有拖尾性, 则可判断 X_t 是 MA 序列。

(3) 若 X_t 的自相关函数 ρ_k 、偏相关函数 φ_{kk} 都不具有截尾性, 而具有拖尾性, 则可判断 X_t 是 $ARMA$ 序列。

3.3 模型参数的最小二乘估计

根据多元回归理论, 利用最小二乘估计参数 φ 。

3.4 模型的拟合与预报

根据现在时刻 t 和已往各时刻的观测值 $X_t, X_{t-1}, \cdots$ 的历史资料, 对未来时刻 $t+l(l \geq 1)$ 的随机变量 $X_{t+l}(l \geq 1)$ 作出估计, 这称为 $L(L \geq 1)$ 步预报, 其估计值就是预报值, 记为 $\hat{X}_t(L)$ 。

其最佳预测公式为

$$\hat{x}_t(L) = \sum_{i=1}^{L-1} \varphi_i \hat{x}_t(L-i) + \sum_{i=L}^n \varphi_i x_{t+L-i} \quad (1 < L \leq n) \quad (8)$$

式中: $\hat{x}_t(L)$ 为预测值; x_t 为经处理后的观测数据。

当 $l=1$ 时, 即一步预测公式为 $\hat{x}_t(1) = \sum_{i=1}^n \varphi_i x_{t+1-i}$ 。

4 实例及分析

4.1 工程概况

润扬长江公路大桥位于镇扬汽渡上游约 1 500 m 处, 北起扬州, 南至镇江润州镇扬汽渡上游, 横跨北汉江、世业洲、南汉江。北汉为斜拉桥, 南汉为悬索桥, 南北汉以世业洲为过渡, 南汉南塔位于镇扬汽渡上游, 北塔位于世业洲。南北锚碇均采用深大基坑, 其中南锚碇基础尺寸为 70.50 m×52.50 m×29.00 m (长×宽×深), 为特大型嵌岩深基坑工程, 采用为 1 500 mm 钻孔灌注桩 1.30 m 厚冻结壁止水帷幕的基坑围护形式。润扬大桥南锚碇基坑首次将冻结与排桩两种成熟的方法结合应用, 冻结管布置在排桩外侧, 冻土交圈并与排桩密切形成联合体, 达到封水目的, 然而冻结过程必然产生因

冻胀引起支撑受力结构的变化。冻胀力的作用使支撑轴力的量值大小、各道支撑间的分布和支撑轴力随时间变化的规律与其他类型基坑明显不同。

润扬大桥南锚碇基坑支撑轴力的监测结果表明,排桩冻结法基坑上部支撑轴力较高,而基坑下部支撑轴力较小,支撑轴力的分布形式影响了排桩的变形过程。因此,针对上述问题,应加强对支撑轴力的监测力度,同时要充分分析和研究支撑轴力的发展规律,保证排桩支撑体系的安全,提高工程的安全性。所以,有必要对支撑轴力进行专门的研究分析,利用各种分析手段预测支撑轴力的发展趋势,为基坑工程的信息化施工提供依据。

水平支撑为钢筋混凝土结构,共7层,土方开挖分8层进行,采用“逆作法”,开挖1层、浇筑1道支撑,支撑及轴力监测点平面布置如图3所示。取第2道支撑的D组断面作为研究对象,取2002年3月11日至4月28日的49d数据进行分析,并作4组支撑轴力随时间变化曲线,如图4所示。由

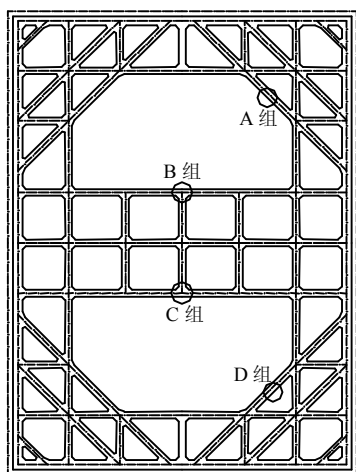


图3 南锚碇内支撑及轴力监测点平面布置图
Fig.3 Layout plan graph of south anchor inner support and supporting force monitoring point

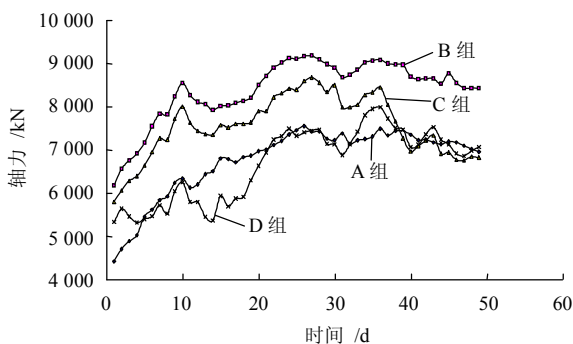


图4 第2道支撑4组轴力随时间变化曲线
Fig.4 The graph of four groups shaft strength of the second crutch varying with time

第2道支撑4组轴力随时间变化曲线可以看出,在初期轴力有着明显的上升趋势,这是由于当初在基坑设计时对冻胀力的考虑不够充分所致。随着对冻胀力的足够重视,以及在施工过程中采取了打泄压孔和修改基坑内部支撑设计方案等措施,支撑轴力逐渐稳定。可见,监测工作可以对工程的安全施工和不断修正、优化设计提供有价值的参考。

4.2 工程应用

在监测工作中,监测数据的采集过程中或多或少会受到工程的影响,因此,所获得的监测数据往往是含有噪声的。因此,监测数据由确定性和随机性(噪声)两部分组成,时间序列分析方法可以拟合出数据确定性部分的规律,同时给出随机干扰对数据的影响。但是,对于模型预测来说,数据的确定性部分的将来值是可以给出的,随机的干扰是无法预测的,而小波改进时序法就是一种既可以去除数据中随机部分(噪声)、又可以对确定性部分进行预测的一种理想的数学分析方法。

首先,直接应用时间序列分析方法对第2道支撑D组支撑轴力数据进行分析,得出自相关系数具有拖尾性,而偏相关系数一步截尾,因此符合AR(1)模型,通过最小二乘计算出参数便得到时间序列模型,然后根据预报公式,分别计算出向前1~3步预测值,从而得到D组支撑轴力实测值的拟合值和预测值,如图5所示。

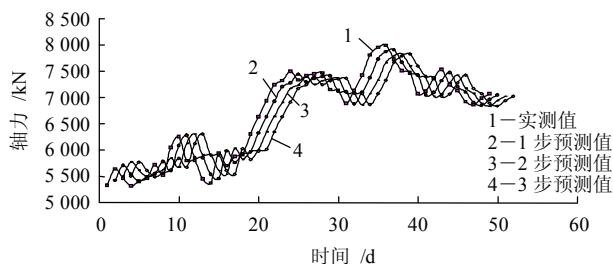


图5 D组支撑轴力实测值与预测值对比图
Fig.5 The comparison diagram of D group supporting force actual values and forecasting values

继续选用2002年3月11日至4月28日第2道支撑D组支撑轴力的49d数据进行小波分析,采用 db_4 小波进行2层分解,采用 $\theta = \sqrt{2 \lg(\text{length}(X))}$ 的阈值软处理方法对高频信号进行阈值处理,分解过程如图6~10所示。

经过小波技术消噪处理后,针对2002年3月11日至4月28日消噪后的监测数据,利用前40d的数据建立模型,后9d的数据用来拟合对比,进行时间序列分析。计算得到相关系数和偏相关系数

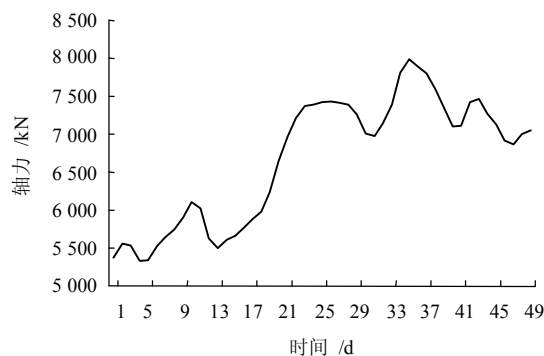


图 6 第 1 层低频信号

Fig.6 The first layer low frequency signal

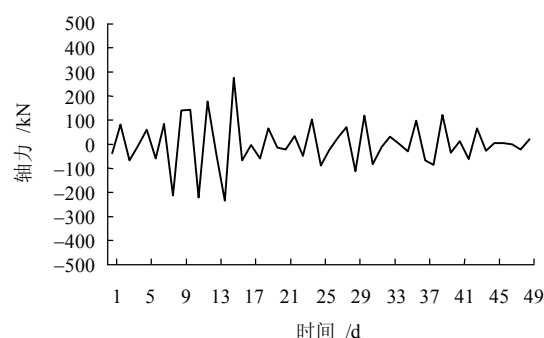


图 7 第 1 层高频信号

Fig.7 The first layer high frequency signal

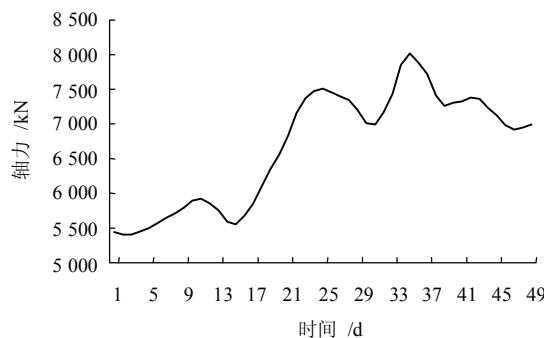


图 8 第 2 层低频信号

Fig.8 The second layer low frequency signal

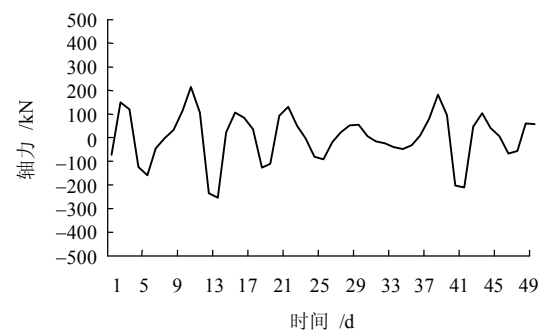


图 9 第 2 层高频信号

Fig.9 The second layer high frequency signal

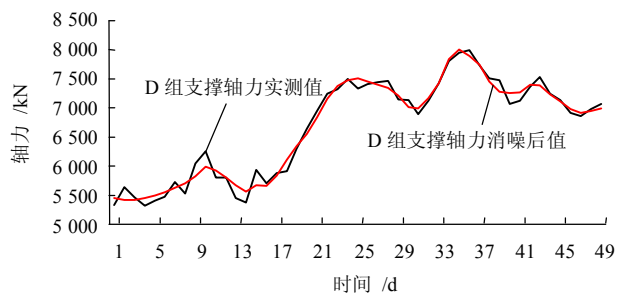


图 10 D 组支撑轴力消噪前后对比图

Fig.10 The comparison diagram of crutch shaft strength before and after reducing noises of D group

如表 1 所示。从表 1 中分析得出：自相关系数仍然拖尾，而偏相关系数也为一步截尾，因此其模型为 $AR(1)$ 模型。利用同前面一样的最小二乘法得到模型的参数 $\varphi=0.9631$ ，对消噪处理后的监测数据进行预报分析，分析结果见表 2 所示。

表 1 消噪后相关系数表

Table 1 Correlation coefficient after reducing noises

K	自相关系数	偏相关系数	K	自相关系数	偏相关系数
1	0.951 573	0.951 6	6	0.486 295 8	0.066 3
2	0.871 729 4	-0.357 2	7	0.422 229 4	0.068 3
3	0.771 719 5	-0.172 1	8	0.372 600 9	-0.012 3
4	0.667 439 8	-0.004 7	9	0.334 559 9	-0.005 4
5	0.569 504 7	0.039 7	10	0.302 316 0	-0.027 2

表 2 消噪前后时序分析预报结果误差对比 (单位: %)

Table 2 The result error contrastive analysis of time series analysis forecasting before and after reducing noises (unit: %)

预测步数	小波技术消噪前时序预报		小波技术消噪后时序预报	
	最大误差	平均误差	最大误差	平均误差
1	8.25	3.06	5.65	1.77
2	10.05	4.33	9.08	3.16
3	16.02	5.14	11.27	4.30

由表 2 可以看出，D 组支撑轴力利用小波技术消噪处理后预报误差明显减小，特别可以看出，在预测步数为一步时，小波技术消噪后时序预报的最大误差和平均误差几乎减小了 40 % 左右，因此，不难发现随着预测步数的增加，预报精度也随之下降低，最大误差 $\delta_{\max}$ 和平均误差 $\bar{\delta}$ 逐渐增加。在时间序列分析前对监测数据进行小波消噪处理，可以使得分析结果更精确、模型更能反映事物的真实规律。在监测工作中，噪声的存在大大影响了监测数据的处理结果的精度，因此，不能简单地通过某一种方法对监测数据进行处理，而应该从提纯监测数据着手，把数据消噪作为监测工作的重要任务。

5 结 论

(1) 由于基坑工程的复杂性, 无法在基坑设计计算时完全将基坑施工时所遇到的所有问题都考虑在内, 因此很有必要进行基坑的动态监测, 实施信息化施工, 不断优化设计, 改进施工过程, 有效防止或减少各种事故的发生, 为工程的安全施工提供保障。

(2) 在时间序列分析方法的基础上, 提出了小波改进时序分析的数据处理方法, 通过分析对比发现, 小波分析技术能够有效地滤除监测数据中的噪声部分, 大大提高了时序分析方法的预测精度和效果。

(3) 通过分析润扬大桥南锚碇基坑监测数据, 可以看出排桩冻结法应用于深基坑工程是可行的, 并且为今后类似工程的设计、施工提供了宝贵的经验。

(4) 在利用小波技术处理监测数据时, 小波分析所用到的的小波函数不是唯一的, 而在高频系数阈值选择问题上也不是唯一的, 目前往往是通过经验或不断的试验, 将不同的分析结果进行对照分析来选择小波函数和阈值处理方案, 同一个工程问题用不同的小波函数和不同的阈值处理方案进行分析, 有时结果相差甚远, 小波函数及阈值的选用是小波分析应用到工程实际中的一个难点问题, 也是分析研究的一个热点问题。

(5) 在实际监测工程中, 采集得到的信号由于噪声的干扰而使有用信号不能很好地显现出来, 通过小波分解, 可以去除那些干扰信号, 最终显现出有用信号的真面目, 并且随着尺度的增加, 时间分辨率降低, 噪声影响变小, 有用信号将显现得更明显。

(6) 小波改进时序分析法在岩土工程监测领域具有很大的应用价值和发展前景。

参 考 文 献

- [1] 张玉祥. 岩土工程时间序列预报问题初探[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 552—558.
ZHANG Yu-xiang. Primary research on forecasting problem of time sequence in geotechnical engineering[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1998, 17(5): 552—558.
- [2] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [3] 朱永全, 景诗涛, 张清. 时间序列分析在隧道施工监测中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(4): 353—359.
ZHU Yong-quan, JING Shi-tao, ZHANG Qing. Application of time series analysis method to measured displacement in tunneling[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1996, 15(4): 353—359.
- [4] 彭社琴, 赵其华. 超深基坑土压力监测成果分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(4): 657—661.
PENG She-qin, ZHAO Qi-hua. Research on earth pressure monitoring data of deep foundation pit[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(4): 657—661.
- [5] 王义, 周健, 胡展飞, 等. 超深基坑信息化施工实例分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1 647—1 650.
WANG Yi, ZHOU Jian, HU Zhan-fei, et al. Case study of informative construction in super-deep foundation excavation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(10): 1 647—1 650.
- [6] 赵志仁. 大坝安全监测的原理与应用[M]. 天津: 天津科学技术出版社, 1992.
- [7] 何书元. 应用时间序列分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2003.
- [8] 夏军, 齐欢, 蔡志强. 基于小波分析的滑坡数据处理系统[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 2002, 23(3): 207—209.
XIA Jun, QI Huan, CAI Zhi-qiang. Landslide data processing system based on wavelet analysis[J]. **Journal of Ningxia University (Natural Science Edition)**, 2002, 23(3): 207—209.
- [9] 宋修广, 张思峰, 李英勇. 路堑高边坡动态监测与分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(7): 1 153—1 156.
SONG Xiu-guang, ZHANG Si-feng, LI Ying-yong. In-situ dynamic monitoring and analysis of high slope stability[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(7): 1 153—1 156.
- [10] 刘宏, 何兰芳, 王绪本, 等. 小波分析在 MT 去噪处理中的适用性[J]. 石油地球物理勘探, 2004, 39(3): 338—341.
LIU Hong, HE Lan-fang, WANG Xu-ben, et al. Adaptability of wavelet analysis in MT noise-suppressed processing[J]. **Oil Geophysical Prospecting**, 2004, 39(3): 338—341.
- [11] 李刚, 谢云, 陈正汉, 等. 小波分析在试验信号消噪方面的应用[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 103—105.
LI Gang, XIE Yun, CHEN Zheng-han, et al. Application of wavelet analysis to filtering noise of test signal[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(1): 103—105.
- [12] 袁宝远, 赵燕容, 朱旭芬, 等. 排桩冻结法深基坑施工监测与反馈分析[J]. 工程地质学报, 2005, 13(4): 533—537.
YUAN Bao-yuan, ZHAO Yan-rong, ZHU Xu-fen, et al. Construction monitoring and feedback analysis of a deep foundation pit with frozen ground and pile-support[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2005, 13(4): 533—537.